

Tenim un gas que satisfà l'equació d'estat dels gasos perfectes $pv = kT$ però la calor específica per partícula a pressió constant és $c_p = a + bT$ essent a i b constants.

1.- A partir de $c_p = \left(\frac{\partial(u+pv)}{\partial T} \right)_p$, $c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$ demostreu la relació de Mayer $c_p - c_v = k$.

2.- Utilitzeu el primer principi per escriure dQ en funció de dT i dV .

3.- Integreu l'anterior relació al llarg d'una adiabàtica reversible i demostreu que es verifica $pV^{\gamma_0} = Ce^{-\gamma_0 \frac{b}{a-k} T}$, essent $\gamma_0 = \frac{a}{a-k}$.

$$\textcircled{1} \quad du = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T}_{\text{gas ideal}} dV = c_v dT$$

$$H = u + pv = u + NkT$$

$$dH = du + Nk dT = (c_v + Nk) dT$$

$$c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = c_v + Nk$$

$$c_p - c_v = Nk$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad dQ &= du + p dV = c_v dT + p dV = (c_p - Nk) dT + p dV \\ &= N \left[(a + bT - k) dT + p dV \right] \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad dQ = 0 \quad (a + bT - k) dT + p dV = 0 \quad p = \frac{NkT}{V}$$

$$\frac{a - k + bT}{k} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{a - k}{k} \ln T + \frac{b}{k} T + \ln V = C' \quad \text{constant}$$

$$\ln T + \frac{k}{a - k} \ln V = -\frac{b}{a - k} T + C'$$

$$T \cdot V^{\frac{k}{a - k}} = C'' e^{-\frac{b}{a - k} T}$$

$$T = \frac{pV}{k}$$

$$p \cdot V^{1 + \frac{k}{a - k}} = C''' e^{-\frac{b}{a - k} T}$$

$$p V^{\frac{a}{a - k}} = C_1 e^{-\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{a - k} T}$$

$$\boxed{p V^{\gamma_0} = C_1 e^{-\frac{b}{a} \gamma_0 T}}$$