Propiedades ondulatorias de la materia

13. Calcular la dependencia de la longitud de onda de De Broglie con la energía cinética K. Particularizar a los casos extremos de partículas muy lentas y muy rápidas. Estimar la longitud de onda asociada a una pelota de tenis de 50 g que va a 100 Km/h.

14. Un resultado conocido en óptica es que un instrumento no puede resolver detalles de un objeto que son más pequeños que la longitud de onda λ con la que se observan. A un microscopio electrónico se le aplica el mismo resultado con λ igual a la longitud de onda de De Broglie de los electrones. Si se quiere estudiar un virus de 200 Å de diámetro con un microscopio electrónico, ¿con qué voltaje tenemos que acelerar los electrones para que su λ de De Broglie sea 1000 veces menor que la dimensión lineal del virus y obtengamos así una imagen con buena resolución?

15. Demostrar que la fase de la onda $\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t$ es un invariante bajo transformaciones de Lorentz.

16. Determinar la velocidad de grupo de las ondas que viajan por los siguientes medios:

    a) Una guía de ondas, donde la relación entre la longitud de onda λ y la frecuencia ν viene dada por
    $$\lambda = \frac{c}{\sqrt{\nu^2-\nu_0^2}}$$

    b) Aguas poco profundas, donde la relación entre la frecuencia y la longitud de onda de las ondas de tensión superficial viene dada por
    $$\nu = \sqrt{\frac{2\pi T}{\rho\lambda^3}}$$

    c) Aguas profundas, donde la relación entre la frecuencia y la longitud de onda de las olas viene dada por
    $$\nu = \sqrt{\frac{g}{2\pi\lambda}}$$

17. Deducir la relación de dispersión $\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$ válida para una partícula no relativista de masa m. Si inicialmente la partícula viene descrita por un paquete de ondas gaussiano $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{\pi}{a}}\cos(k_0 x)e^{-x^2/2a}$, calculad la forma del paquete para un tiempo t arbitrario. Comprobad que la velocidad de grupo puede asimilarse a la velocidad con la que se mueve un punto característico del paquete.

Principio de incertidumbre

18. Considérese un paquete de ondas para el que $A(k) = N/(k^2 + \alpha^2)$.

    a) Calcular $\psi(x, 0)$.

    b) Hacer una gráfica de $A(k)$ y $\psi(x, 0)$ y mostrar que $\Delta k \Delta x > 1$, independientemente del valor de α.

19. Un impulso de electrones de un nanosegundo de duración, procedente de un haz de electrones de energía 1 eV, propaga libremente por el espacio.

    a) Calcular las indeterminaciones en x y p.

    b) ¿Cuál es la incertidumbre mínima en la velocidad de uno de estos electrones?

20. Razonar la imposibilidad de localizar las órbitas de Bohr.

21. Demostrar que el principio de incertidumbre establece una cota mínima a la energía del átomo de hidrógeno.

22. Utilizar el problema anterior para estimar el tamaño del átomo de hidrógeno y su energía de ligadura en el estado fundamental a partir del principio de incertidumbre.

23. Un átomo de hidrógeno se encuentra en un estado excitado $n = 2$ y cae al estado fundamental en un tiempo de 10^{-8} s.

    a) Calcular la incertidumbre de la energía del estado excitado.

    b) Calcular el ancho natural de la primera línea de Lyman y su anchura relativa.

24. Un átomo emite un fotón.

    a) ¿Qué energía cinética transmite al átomo de masa M si su frecuencia es ν?

    b) ¿Cuánta energía transmite a un átomo de Hg ($M_{Hg} = 200,6$ uma) cuando el fotón tiene una longitud de onda $\lambda = 2357$ Å?

    c) ¿Qué energía de reacción se produce en la emisión de un fotón de 1,33 MeV por un átomo de Ni ($M_{Ni} = 58,7$ uma)?

    d) Comparando estos valores con la anchura de los niveles correspondientes, de vida media $\tau_{Hg} = 10^{-8}$ s y $\tau_{Ni} = 10^{-16}$ s, determinar si otros átomos idénticos estacionarios pueden reabsorber un fotón emitido.