10. Calcular

$$\int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \ldots \int_0^1 dx_n \exp\left[-(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2)\right] \cos(x_1x_2 + x_2x_3 + \ldots x_nx_1)$$

para $n = 1, 2, 3, 5, 10$ usando el método de Simpson, el método Monte-Carlo de muestreo uniforme y el método Monte-Carlo de aciertos y fallos.

- n = 1

En este caso la integral a calcular es simplemente :

$$\int_0^1 \exp[-x_1^2] \cdot \cos(x_1 \cdot x_1) dx_1$$

- Monte -Carlo de aciertos y fallos

El programa se puede implementar con fortan de la siguiente forma , los pasos salen comentados :

```
Program MONTECARLO_HIT_AND_MISS_1var
Implicit Double precision (A-H,o-z)
DOUBLE PRECISION g ,a,b,c,p,r,s ,u,v,pi
integer n , na

      ! Definimos el itervalo de integracion a,b
    ! y la altura "c" maxima que alcanza la curva
    ! a integrar.

a=0d0
b=1d0
c=1d0
na=0

      ! Ponemos un valor inicial para n

n=10

! Creamos un archivo en Excel sobre el que escribiremos
! los resultados .

open(60,File="ejerc10aciertfallos1var.xls")

      ! Empezamos a contar el tiempo

      call cpu_time(start)

! Iniciamos un bule para j , que va a hacer el calculo
! para diferentes valores de n ( el programa se detendra
! con el valor que introducimos en la sentencia "if" de mas abajo)
! el valor de la derecha tiene que ser mayor que el que pongamos en el
! bloque if

      do j=n,10000000000

! para este valor de "n" calculamos las variables aleatorias ,
```

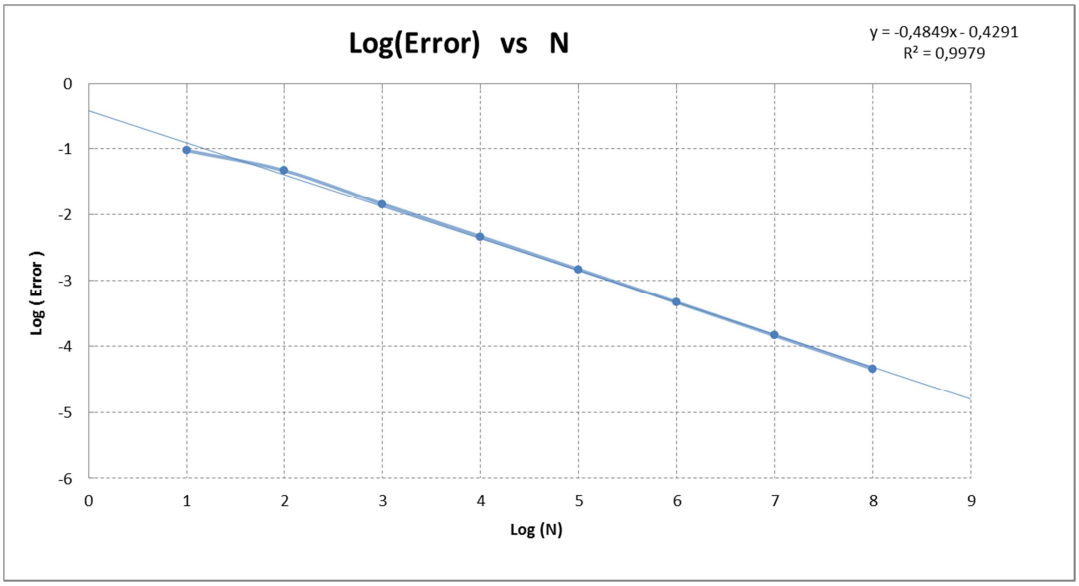
```
! A partir de aqui copiamos el listado de programa de los apuntes ,
! excepto para el generador de num aleatorios que ahora es rand() .
            do 1 i=1,n

                  u=rand()
                  v=rand()

            if (g(a+(b-a)*u).gt.c*v) na=na+1

1             continue

            p= real (na)/n
            r=(b-a)*c*p
            s=sqrt(p*(1.-p)/n)*c*(b-a)


      ! Hasta aqui llega el copiado
      ! Escribimos el numero de iteraciones (N) ,
      ! el resultado (r) y el error (s)

        write(60,20)n,r,s
      ! ponemos a la derecha de .gt. el número de iteraciones deseadas
        if (n.gt.1d7) go to 30
        ! Seguimos aumentando "n" si es suficientemente pequeña
            n=n*10
            na=0
        enddo

        ! Acabamos de contar el tiempo

30      call cpu_time(finish)
        write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
        ! cerramos el archivo Excel
        close(60)
      ! Introducimos el formato que queremos para nuestros resultados
20      Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
        end

      ! Definimos la funcion a integrar
        Function g(x1)
        Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
        g=exp(-x1**2)*cos(x1*x1)
        end
```

Así , obtenemos un fichero con una salida :

N	r	s=error
10	0.90000000000000	0.94868329805051E-01
100	0.68000000000000	0.46647615158762E-01
1000	0.71000000000000	0.14349216006458E-01
10000	0.69820000000000	0.45903895259553E-02
100000	0.69676000000000	0.14535663122128E-02
1000000	0.69868100000000	0.45883097131624E-03
10000000	0.69878650000000	0.14508064220210E-03
100000000	0.69875110000000	0.45880061055843E-04

Temps = 24.8977596 s

Donde tenemos para diferentes valores de n , el resultado de la integración y el error cometido .
Algo que podemos hacer con esto es intentar encontrar una forma de estimar el tiempo que tardaríamos para obtener una precisión determinada . Graficando log(error) vs logN :



Como vemos obtenemos una ecuación :

$$Log(Error) = -0.48 \cdot Log(N) - 0.43$$

Si suponemos que N(t) es lineal , al hacer 10+100+1000+10000+…= 111111111 iteraciones en t=24.9s , Podemos escribir :

$$N(t) = \frac{111111111}{24.9s} \cdot t = 4462293,6t$$

Luego tenemos una ecuación : $Log(Error) = -0.48 \cdot Log(4.462.293,6t) - 0.43$
Que podemos resolver :

$$t \approx \frac{9.15 \cdot 10^{-8} s}{Error^{2.083}}$$

- Monte-Carlo de muestreo uniforme

De forma análoga completamos el programa con lo que tenemos en los apuntes. El listado de programa es el siguiente:

```
Program MONTECARLO_MUESTREO_UNIFORME_1var
Implicit Double precision (A-H,o-z)
DOUBLE PRECISION g,g0,a,b,r1,s1,r,s,pi,u
real finish ,start
integer n

    a=0d0
    b=1d0
```

```
      n=10

     open(60,File="Montmostrunif1var.xls")

      call cpu_time(start)


      do j=n,10000000000
    ! copiamos lo que hay en los apuntes
      r1=0.
      s1=0.
      do 1 i=1,n
      u=rand()
      g0=g(a+(b-a)*u)
      r1=r1+g0
      s1=s1+g0*g0
1     continue
      r1=r1/n
      s1=sqrt((s1/n-r1*r1)/n)
      r=(b-a)*r1
      s=(b-a)*s1
     ! hasta aqui hemos copiado
      write(60,20)n,r,s
      if (n.gt.1d7) go to 30
      n=n*10
      enddo

30      call cpu_time(finish)
      write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
      close(60)
20    Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)

      end

    Function g(x1)
      Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
      g=exp(-x1**2)*cos(x1*x1)
      end
```

Los resultados obtenidos son los siguientes:

N	r	s
10	0.83969783804519	0.50489014029151E-01
100	0.68200356867976	0.24666606107393E-01
1000	0.69590843388417	0.81300450775772E-02
10000	0.69715211810233	0.25332334644440E-02
100000	0.69639492735482	0.80329471666808E-03
1000000	0.69865817754566	0.25293416090562E-03
10000000	0.69867718519326	0.80025028083491E04
100000000	0.69874578045475	0.25295788531252E-04

Temps = 24.89776 s

Observemos que en este caso resulta ser ligeramente más lento este programa que el de aciertos y fallos , aunque el error cometido es bastante menor.

- Método de Simpson simple

Este método consiste en hacer la siguiente aproximación a la integral de una función f(x) :

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a)+4f\left(\frac{a+b}{2}\right)+f(b)\right].$$

Implementarlo para una variable es muy sencillo :

```
Program SIMPSON_1VAR
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
! definimos el intervalo de integracion
a=0d0
b=1d0
! hacemos la aproximacion a la integral de la
! funcion g(x1) definida mas abajo

r=(b-a)/6d0*(g(a)+4d0*g((a+b)/2d0)+g(b))

! abrimos un fichero excel que nos enseña el resultado
open(20,File="ejerc10simp1var.xls")
! escribimos el resultado en el fichero
write(20,*)r
! cerramos el fichero
close(20)
END

! definimos la funcion que queremos integrar
FUNCTION  g(x1)
Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
g=exp(-(x1*x1))*cos(x1*x1)
END
```

- Método de Simpson compuesto

Este método es el mismo que el simpson simple pero haciendo N subdivisiones . La interpretación del mismo se ha hallado en http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_simpson :

Se divide el intervalo [a,b] en n subintervalos iguales (con n par), de manera que

$x_i = a + ih$, *donde* $h = (b - a) / n$ *para* $i = 0,1,...,n.$

Aplicando la Regla de Simpson a cada subintervalo ,

$$[x_{j-1}, x_{j+1}],\ j = 1, 3, 5, ..., n-1,$$

Tenemos :

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 2\sum_{j=1}^{n/2-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) + f(x_n)\right],$$

El programa fortran que nos permite hacer esto es el siguiente :

```
      Program SIMPSON_COMPUESTO_1VAR
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      double precision x(10000)
      ! Definimos el intervalo de integracion a,b y el n£mero de
      ! iteraciones que vamos a hacer
      a=0d0
      b=1d0
      N=1000
      ! calculamos h
      h=(b-a)/N
      ! empezamos a contar el tiempo
      call cpu_time(start)
      ! construimos nuestro vector x(i)
      do i=1,N
      x(i)=a+i*h
      enddo
      ! ponemos los contadores de la integral a 0
      sum1=0d0
      sum2=0d0
      ! definimos hasta que termino hacemos la suma par y
      ! la impar
      nimp= n/2-1
      np = n/2
      ! calculamos la contribuci¢n del sumatorio impar
      do i=1,nimp
      sum1=sum1+2*g(x(2*i))
      enddo
      ! calculamos la contribucion del sumatorio par
      do i=1,np
      sum2=sum2+4*g(x(2*i-1))
      enddo
      ! Calculamos el resultado a partir de la suma de las
diferentes
      ! contribuciones
      r=h/3d0*(g(a)+sum1+sum2+g(b))
      ! abrimos un fichero para escribir el resultado y lo
escribimos
      open(20,File="ejerc10simp_comp_1var.xls")
      write(20,*)r
      ! terminamos de contar el tiempo y lo escribimos
      call cpu_time(finish)
      write(20,30)finish-start
30    Format(e18.8)
      close(20)
      END

      ! definimos la funcion que queremos integrar
      FUNCTION  g(x1)
      Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
      g=exp(-(x1*x1))*cos(x1*x1)
      END
```

- Mathematica

Para hacer el cálculo con mathematica es mas rápido utilizar NIntegrate[..] :

```
NIntegrate[Cos[x1*x1]*E^(-x1^2),{x1,0,1}]
```

O bien : $\int_0^1 \mathbf{Cos[x1*x1]*E^(-x1^2)}\, \mathbf{dx1}$

- n = 2

Para este caso tenemos que hacer la siguiente integral :

$$\int_0^1 \int_0^1 \exp[-x_1^2 - x_2^2] \cdot \cos(x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_1) dx_1 dx_2$$

- Monte -Carlo de aciertos y fallos :

El listado de programa es el siguiente:

```
      Program MONTECARLO_HIT_AND_MISS_2var
      Implicit Double precision (A-H,o-z)
      DOUBLE PRECISION g ,a,b,c,p,r,s ,u,v,pi
      integer n , na
  a=0d0
  b=1d0
  c=1d0
  na=0
  n=10

       open(60,File="ejerc10aciertfallos2var.xls")
         call cpu_time(start)

          do j=n,10000000000

      do 1 i=1,n
      u=rand()
      v=rand()
      ! Introducimos una nueva variable aleatoria "z"
      z=rand()
      ! vemos que g ahora es funcion de 2 variables
        if (g(a+(b-a)*u,a+(b-a)*z).gt.c*v) na=na+1

1       continue
      p= real (na)/n
      r=(b-a)*c*p
      s=sqrt(p*(1.-p)/n)*c*(b-a)
          write(60,20)n,r,s
          if (n.gt.1d7) go to 30
          n=n*10
          na=0
          enddo
30        call cpu_time(finish)
          write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
```

```
            close(60)
20          Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
            end

            ! definimos la funcion de 2 variables a integrar
        Function g(x1,x2)
            Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
            g=exp(-x1**2-x2**2)*cos(x2*x1+x1*x2)
            end
```

Como podemos observar los cambios no son demasiados respecto al cálculo con 1 variable . La salida del programa es la siguiente :

N	r	s
10	0.60000000000000	0.15491933384830E+00
100	0.49000000000000	0.49989998999800E-01
1000	0.48100000000000	0.15799968354399E-01
10000	0.48790000000000	0.49985356855783E-02
100000	0.49031000000000	0.15808418766594E-02
1000000	0.49271000000000	0.49994685307540E-03
10000000	0.49297870000000	0.15809829263667E-03
100000000	0.49288799000000	0.49994941675510E-04

Temps = 27.9397791 s

- Monte -Carlo de muestreo uniforme:

El listado de programa es el siguiente :

```
Program MONTECARLO_HIT_AND_MISS_2var
    Implicit Double precision (A-H,o-z)
    DOUBLE PRECISION g ,a,b,c,p,r,s ,u,v,pi
    integer n , na
 a=0d0
 b=1d0
 c=1d0
 na=0
 n=10

     open(60,File="ejerc10aciertfallos2var.xls")
       call cpu_time(start)

        do j=n,10000000000

      do 1 i=1,n
      u=rand()
      v=rand()
      ! Introducimos una nueva variable aleatoria "z"
      z=rand()
      ! vemos que g ahora es funcion de 2 variables
        if (g(a+(b-a)*u,a+(b-a)*z).gt.c*v) na=na+1

1       continue
      p= real (na)/n
```

```
            r=(b-a)*c*p
            s=sqrt(p*(1.-p)/n)*c*(b-a)
                write(60,20)n,r,s
                if (n.gt.1d7) go to 30
                n=n*10
                na=0
                enddo
30              call cpu_time(finish)
                write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
                close(60)
20              Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
                end

                ! definimos la funcion de 2 variables a integrar
                Function g(x1,x2)
                Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
                g=exp(-x1**2-x2**2)*cos(x2*x1+x1*x2)
                end
```

La salida del programa es la siguiente :

N	r	s
10	0.62706857970012	0.73199262694129E-01
100	0.47509789711395	0.25319643468459E-01
1000	0.49552863250579	0.86737930572375E-02
10000	0.49089163964587	0.27127465102122E-02
100000	0.49038664235021	0.86195063417819E-03
1000000	0.49230574707721	0.27265572365960E-03
10000000	0.49230803554183	0.86162665514332E-04
100000000	0.49228623283936	0.27249583317120E-04

Temps = 27.331375 s

- Simpson simple :

```
        Program SIMPSON_2VAR
        IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
!        Empezamos a contar el tiempo
        call cpu_time(start)

        ! 1. definimos el intervalo de integracion
        a=0d0
        b=1d0
        c=(a+b)/2d0

        ! 4. calculamos la segunda integral a partir de la funcion
        ! externa definida
        r=(b-a)/6d0*(g2(a)+4d0*g2(c)+g2(b))

        ! 5. Abrimos un fichero excel
        open(20,File="ejerc10simp2var.xls")
        ! 6. escribimos resultados , paramos el tiempo y lo escribimos
        write(20,*)r
        call cpu_time(finish)
```

```
      write(20,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
      close(20)
      END

      ! 2. definimos la funcion de dos variables
      FUNCTION  g1(x1,x2)
      Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
!      parameter (a,b)

      g1=exp(-(x1*x1)-(x2*x2))*cos(2d0*x1*x2)

      END

      ! 3. Funcion que nos hace la primera integral y nos queda
      ! una integral de una variable

      Function g2(x2)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
!      parameter (a,b)
      a=0d0
      b=1d0
      c=(a+b)/2d0
      g2=(b-a)/6d0*(g1(a,x2)+4d0*g1(c,x2)+g1(b,x2))
      END
```

- Simpson compuesto :

La filosofía de este programa es la misma seguida para el Simpson simple a nivel de trabajar con funciones externas e ir reduciendo variables a medida que integramos , pero haciendo las “N” subdivisiones en cada paso . Se consigue de la siguiente forma :

```
      Program SIMPSON_2VAR
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DOUBLE PRECISION X2(1000000)

      a=0d0
      b=1d0
      N=10000
      h=(b-a)/N


      do i=1,N
      ! ahora llamamos a las abcissas finales x2
      x2(i)=a+i*h
      enddo

      sum1=0d0
      sum2=0d0
      nimp= n/2-1
      np = n/2

      ! El cambio aqui es la utilizacion de la funcion g2
      do i=1,nimp
      sum1=sum1+2*g2(x2(2*i))
      enddo

      do i=1,np
```

```
      sum2=sum2+4*g2(x2(2*i-1))
      enddo

      ! 3. Calculamos el resultado final en el programa principal

      r=h/3d0*(g2(a)+sum1+sum2+g2(b))

      open(20,File="ejerc10simp_comp_2var.xls")

      write(20,*)r
      call cpu_time(finish)
      write(20,30)finish-start
30    Format(e18.8)
      close(20)
      end

     ! 1. definimos la funcion de dos variables a integrar
      FUNCTION  g1(x1,x2)
      Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
!      parameter (a,b)

      g1=exp(-(x1*x1)-(x2*x2))*cos(2d0*x1*x2)

      END

     ! 2. Hacemos el primer paso de integracion reduciendo una
     ! variable , de modo analogo al programa simpson compuesto
     ! para una variable

      Function g2(x2)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DOUBLE PRECISION x1(1000000)
       N=10000
       sum1=0d0
       sum2=0d0
       nimp= n/2-1
       np = n/2
       a=0d0
       b=1d0
      h=(b-a)/N


      do i=1,N
      x1(i)=a+i*h
      enddo


      do i=1,nimp
      sum1=sum1+2*g1(x1(2*i),x2)

      enddo

      do i=1,np
      sum2=sum2+4*g1(x1(2*i-1),x2)
      enddo

     ! asignacion de g2

      g2=h/3d0*(g1(a,x2)+sum1+sum2+g1(b,x2))

      END
```

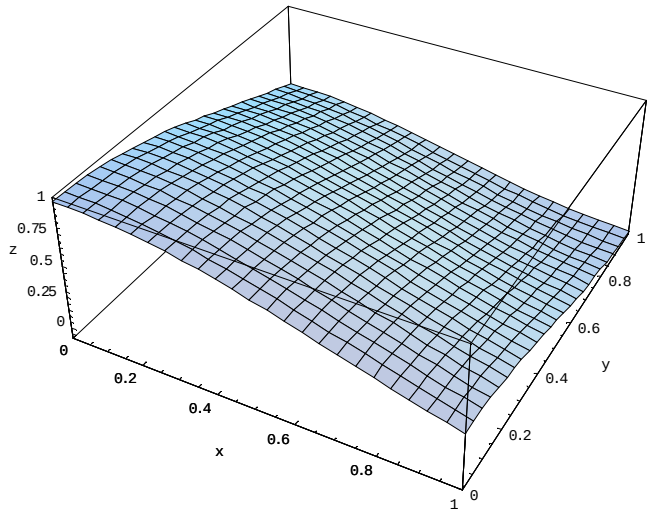
- Mathematica :

El cálculo es muy directo :

NIntegrate[NIntegrate[Cos[x1*x2*2]*E^(-x1^2-x2^2),{x1,0,1}],{x2,0,1}]

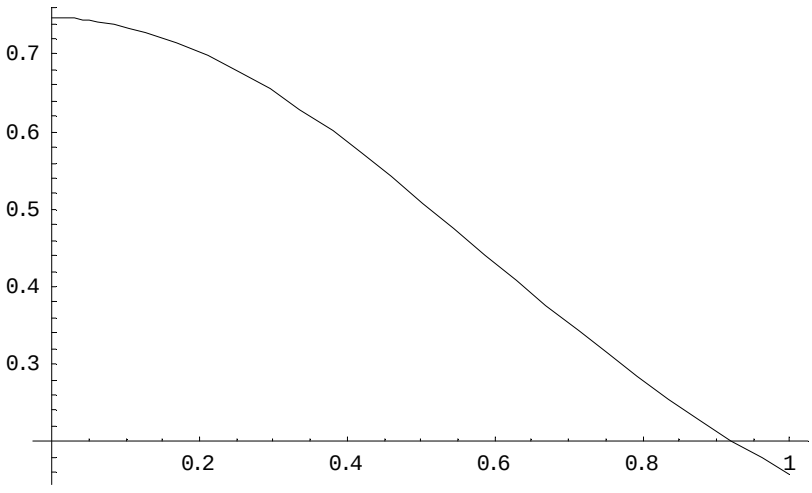
Si queremos graficar la funcion en 3 Dimensiones obtenemos :

Plot3D[Cos[x1*x2*2]*E^(-x1^2-x2^2),{x1,0,1},{x2,0,1},AxesLabel→{x,y,z}]



También podemos visualizar el gráfico despues de integrar la primera variable :

Plot[NIntegrate[Cos[x1*x2*2]*E^(-x1^2-x2^2),{x1,0,1}],{x2,0,1}]



Observando que el valor del área bajo la curva es el resultado de nuestra integral.

- n = 3

En este caso debemos resolver :

$$\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \exp[-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2]\cdot\cos(x_1\cdot x_2 + x_2\cdot x_3 + x_3\cdot x_1)dx_1dx_2dx_3$$

- Monte -Carlo de aciertos y fallos :

```
-           Program MONTECARLO_HIT_AND_MISS_3var
-               Implicit Double precision (A-H,o-z)
-               DOUBLE PRECISION g ,a,b,c,p,r,s ,u,v,pi
-               integer n , na
-   !
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=1d0
-           na=0
-           n=10
-
-                open(60,File="ejerc10aciertfallos3var.xls")
-                  call cpu_time(start)
-
-                    do j=n,10000000000
-
-               do 1 i=1,n
-               u=rand()
-               v=rand()
-               z=rand()
-               ! definimos una nueva variable aleatoria
-               w=rand()
-                    ! ahora g es funcion de 3 variables
-         if (g(a+(b-a)*u,a+(b-a)*z,a+(b-a)*w).gt.c*v) na=na+1
-
-   1             continue
-               p= real (na)/n
-               r=(b-a)*c*p
-               s=sqrt(p*(1.-p)/n)*c*(b-a)
-
-                    write(60,20)n,r,s
-                    if (n.gt.1d7) go to 30
-                    n=n*10
-                    na=0
-                    enddo
-   30               call cpu_time(finish)
-                    write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-                    close(60)
-   20               Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
-                    end
-
-                    ! definimos la funcion a integrar
-               Function g(x1,x2,x3)
-                    Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-                    g=exp(-x1**2-x2**2-x3**2)*cos(x2*x1+x3*x2+x3*x1)
-                    end
```

Este programa tiene la siguiente salida :

N	r	s
10	0.50000000000000	0.15811388300842E+00
100	0.33000000000000	0.47021271782035E-01
1000	0.32700000000000	0.14834790190630E-01
10000	0.33070000000000	0.47046520593982E-02
100000	0.33302000000000	0.14903612971357E-02
1000000	0.33410800000000	0.47167769115785E-03
10000000	0.33444860000000	0.14919542015693E-03
100000000	0.33436721000000	0.47176877692024E-04

Temps = 29.9365919 s

- Monte -Carlo de muestreo uniforme:

```
-            Program MONTECARLO_MUESTREO_UNIFORME_3var
-                Implicit Double precision (A-H,o-z)
-                DOUBLE PRECISION g,g0,a,b,r1,s1,r,s,pi,u,z
-                real finish ,start
-                integer n
-
-               a=0d0
-               b=1d0
-               n=10
-                    open(60,File="ejerc10mostrunif3var.xls")
-
-                        call cpu_time(start)
-
-
-                       do j=n,10000000000
-
-                       r1=0.
-                       s1=0.
-                       do 1 i=1,n
-                       u=rand()
-                       v=rand()
-                       z=rand()
-                       g0=g(a+(b-a)*u,a+(b-a)*v,a+(b-a)*z)
-                       r1=r1+g0
-                       s1=s1+g0*g0
-      1                continue
-                       r1=r1/n
-                       s1=sqrt((s1/n-r1*r1)/n)
-                       r=(b-a)*r1
-                       s=(b-a)*s1
-                       write(60,20)n,r,s
-                       if (n.gt.1d7) go to 30
-                       n=n*10
-                       enddo
-
-      30                 call cpu_time(finish)
```

```
-                   write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-                   close(60)
-   20              Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
-
-                   end
-
-               Function g(x1,x2,x3)
-                   Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-                   g=exp(-x1**2-x2**2-x3**2)*cos(x2*x1+x3*x2+x3*x1)
-                   end
```

Con la siguiente salida :

N	r	s
10	0.43062498105254	0.92767262048790E-01
100	0.32695438656329	0.25336356689296E-01
1000	0.33762788759208	0.82897591078333E-02
10000	0.32905399781140	0.24933933535245E-02
100000	0.32958392117928	0.79652401144633E-03
1000000	0.33128748784715	0.25240799896505E-03
10000000	0.33129563369469	0.79710425562943E-04
100000000	0.33123333688810	0.25210324886728E-04

Temps = 29.328188 s

- Simpson simple :

```
-           Program SIMPSON_3VAR
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           call cpu_time(start)
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           r=(b-a)/6d0*(g3(a)+4d0*g3(c)+g3(b))
-
-           open(20,File="ejerc10simp3var.xls")
-
-           write(20,*)r
-           call cpu_time(finish)
-           write(20,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-           close(20)
-           END
-
-
-           FUNCTION  g1(x1,x2,x3)
-           Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-           g1=exp(-(x1*x1)-(x2*x2)-(x3*x3))*cos(x1*x2+x2*x3+x1*x3)
-           END
-
-           Function g2(x2,x3)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           a=0d0
```

```
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g2=(b-a)/6d0*(g1(a,x2,x3)+4d0*g1(c,x2,x3)+g1(b,x2,x3))
-           END
-
-           Function g3(x3)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g3=(b-a)/6d0*(g2(a,x3)+4d0*g2(c,x3)+g2(b,x3))
-           END
```

- Simpson compuesto :

```
-           Program SIMPSON_3VAR
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION X3(1000000)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           N=100
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x3(i)=a+i*h
-           enddo
-
-           sum1=0d0
-           sum2=0d0
-           nimp= n/2-1
-           np = n/2
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g3(x3(2*i))
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g3(x3(2*i-1))
-           enddo
-
-           r=h/3d0*(g3(a)+sum1+sum2+g3(b))
-
-           open(20,File="ejerc10simp_comp_3var.xls")
-
-
-
-           write(20,*)r
-           call cpu_time(finish)
-           write(20,30)finish-start
-  30       Format(e18.8)
-           close(20)
```

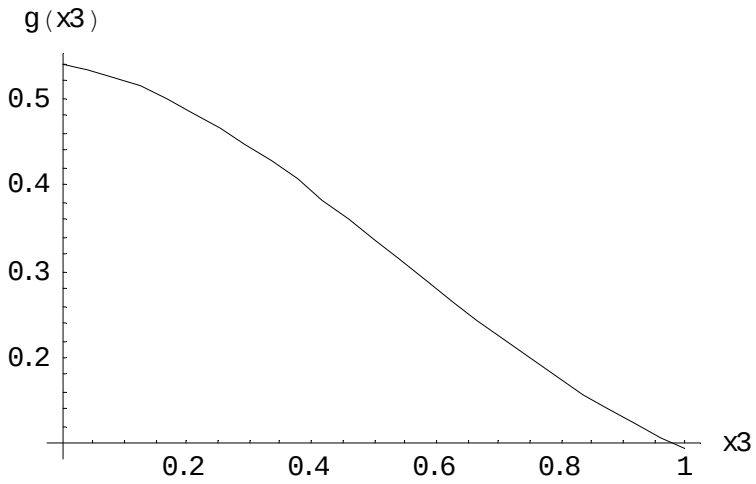
```
-           end
-
-
-           FUNCTION  g1(x1,x2,x3)
-           Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-           g1=exp(-(x1*x1)-(x2*x2)-(x3*x3))*cos(x1*x2+x2*x3+x1*x3)
-           END
-
-
-           Function g2(x2,x3)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x1(1000000)
-            N=100
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x1(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g1(x1(2*i),x2,x3)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g1(x1(2*i-1),x2,x3)
-           enddo
-
-           g2=h/3d0*(g1(a,x2,x3)+sum1+sum2+g1(b,x2,x3))
-
-           END
-
-           Function g3(x3)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x2(1000000)
-            N=100
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x2(i)=a+i*h
```

```
-            enddo
-
-
-            do i=1,nimp
-            sum1=sum1+2*g2(x2(2*i),x3)
-
-            enddo
-
-            do i=1,np
-            sum2=sum2+4*g2(x2(2*i-1),x3)
-            enddo
-
-            g3=h/3d0*(g2(a,x3)+sum1+sum2+g2(b,x3))
-
-            END
```

- Mathematica :

NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[Cos[x1*x2+x1*x3+x2*x3]*E^(-x1^2-x2^2-x3^2),{x1,0,1}],{x2,0,1}],{x3,0,1}]

Plot[NIntegrate[NIntegrate[Cos[x1*x2+x1*x3+x2*x3]*E^(-x1^2-x2^2-x3^2),{x1,0,1}],{x2,0,1}],{x3,0,1},AxesLabel→{"x3","g(x3)"}]



- n = 5

La integral que debemos calcular es la siguiente :

$$\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \exp[-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 - x_5^2]\cdot\cos(x_1\cdot x_2 + x_2\cdot x_3 + x_3\cdot x_4 + x_4\cdot x_5)dx_1dx_2dx_3dx_4dx_5$$

- Monte -Carlo de aciertos y fallos :

```
-          Program MONTECARLO_HIT_AND_MISS_5var
-               Implicit Double precision (A-H,o-z)
-               DOUBLE PRECISION g ,a,b,c,p,r,s ,u,v,pi
-               integer n , na
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=1d0
-           na=0
-           n=10
-                open(60,File="ejerc10aciertfallos5var.xls")
-                  call cpu_time(start)
-
-                   do j=n,10000000000
-
-               do 1 i=1,n
-               u=rand()
-               v=rand()
-               z=rand()
-               w=rand()
-               y=rand()
-               x=rand()
-
-         if (g(a+(b-a)*u,a+(b-a)*z,a+(b-a)*w,a+(b-a)*y,a+(b-
    a)*x).gt.c*v)
-        &  na=na+1
-
-   1             continue
-               p= real (na)/n
-               r=(b-a)*c*p
-               s=sqrt(p*(1.-p)/n)*c*(b-a)
-                   write(60,20)n,r,s
-                   if (n.gt.1d6) go to 30
-                   n=n*10
-                   na=0
-                   enddo
-   30              call cpu_time(finish)
-                   write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-                   close(60)
-   20              Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
-                   end
-
-               Function g(x1,x2,x3,x4,x5)
-                   Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-                   g=exp(-x1**2-x2**2-x3**2-x4**2-
    x5**2)*cos(x2*x1+x3*x2+
-        &          x3*x4+x4*x5+x5*x1)
-                   end
```

Salida :

N	r	s
10	0.20000000000000	0.12649110640674E+00
100	0.15000000000000	0.35707142142714E-01
1000	0.13500000000000	0.10806248192597E-01
10000	0.13450000000000	0.34118873076349E-02
100000	0.13894000000000	0.10937809488193E-02
1000000	0.13927600000000	0.34623430769350E03
10000000	0.13920520000000	0.10946557097689E-03

Temps = 3.3228212999999998 s

- Monte -Carlo de muestreo uniforme:

```
-           Program MONTECARLO_MUESTREO_UNIFORME_5var
-               Implicit Double precision (A-H,o-z)
-               DOUBLE PRECISION g,g0,a,b,r1,s1,r,s,pi,u,z
-               real finish ,start
-               integer n
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           n=10
-
-                open(60,File="ejerc10mostrunif5var.xls")
-
-                    call cpu_time(start)
-
-                   do j=n,10000000000
-
-                   r1=0.
-                   s1=0.
-                   do 1 i=1,n
-                   u=rand()
-                   v=rand()
-                   z=rand()
-                   w=rand()
-                   y=rand()
-                   g0=g(a+(b-a)*u,a+(b-a)*v,a+(b-a)*z,a+(b-
    a)*w,a+(b-a)*y)
-                   r1=r1+g0
-                   s1=s1+g0*g0
-  1                continue
-                   r1=r1/n
-                   s1=sqrt((s1/n-r1*r1)/n)
-                   r=(b-a)*r1
-                   s=(b-a)*s1
-                   write(60,20)n,r,s
-
-                   if (n.gt.1d6) go to 30
-                   n=n*10
-                   enddo
-
```

```
-   30                call cpu_time(finish)
-                   write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-                   close(60)
-   20              Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
-
-                   end
-
-               Function g(x1,x2,x3,x4,x5)
-                   Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-                   g=exp(-x1**2-x2**2-x3**2-x4**2-
    x5**2)*cos(x2*x1+x3*x2+
-        &          x3*x4+x4*x5+x5*x1)
-                   end
```

Salida :

N	r	s
10	0.17522607898124	0.49793744103472E-01
100	0.15031867346043	0.20282692152686E-01
1000	0.13494325103640	0.58034631889643E-02
10000	0.12706645641786	0.17593107769349E-02
100000	0.12933726273468	0.56093431074361E-03
1000000	0.12968236861951	0.17789336948928E-03
10000000	0.12967208445152	0.56173709303541E-04

Temps = 3.1824205 s

- Simpson simple :

```
-            Program SIMPSON_5VAR
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           call cpu_time(start)
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           r=(b-a)/6d0*(g5(a)+4d0*g5(c)+g5(b))
-
-           open(20,File="ejerc10simp5var.xls")
-
-           write(20,*)r
-           call cpu_time(finish)
-           write(20,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-           close(20)
-           END
-
-
-           FUNCTION  g1(x1,x2,x3,x4,x5)
-           Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-
-            g1=exp(-x1**2-x2**2-x3**2-x4**2-x5**2)*cos(x2*x1+x3*x2+
-        &   x3*x4+x4*x5+x5*x1)
-           END
```

```
-
-           Function g2(x2,x3,x4,x5)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g2=(b-a)/6d0*(g1(a,x2,x3,x4,x5)+4d0*g1(c,x2,x3,x4,x5)+
-       &   g1(b,x2,x3,x4,x5))
-           END
-
-
-           Function g3(x3,x4,x5)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g3=(b-
   a)/6d0*(g2(a,x3,x4,x5)+4d0*g2(c,x3,x4,x5)+g2(b,x3,x4,x5))
-           END
-
-           Function g4(x4,x5)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g4=(b-a)/6d0*(g3(a,x4,x5)+4d0*g3(c,x4,x5)+g3(b,x4,x5))
-           END
-
-           Function g5(x5)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g5=(b-a)/6d0*(g4(a,x5)+4d0*g4(c,x5)+g4(b,x5))
-           END
-
-
```

- Simpson compuesto :

```
-           Program SIMPSON_COMP_5VAR
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION X5(1000000)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           N=10
-           h=(b-a)/N
-
-           do i=1,N
-           x5(i)=a+i*h
-           enddo
-
-           sum1=0d0
```

```
-           sum2=0d0
-           nimp= n/2-1
-           np = n/2
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g5(x5(2*i))
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g5(x5(2*i-1))
-           enddo
-
-           r=h/3d0*(g5(a)+sum1+sum2+g5(b))
-
-           open(20,File="ejerc10simp_comp_5var.xls")
-
-           write(20,*)r
-           call cpu_time(finish)
-           write(20,30)finish-start
-   30      Format(e18.8)
-           close(20)
-           end
-
-
-           FUNCTION  g1(x1,x2,x3,x4,x5)
-           Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-
-           g1=exp(-(x1*x1)-(x2*x2)-(x3*x3)-(x4*x4)-(x5*x5))*
-          &   cos(x1*x2+x2*x3+x3*x4+x4*x5+x5*x1)
-
-           END
-
-
-           Function g2(x2,x3,x4,x5)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x1(1000000)
-            N=10
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x1(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g1(x1(2*i),x2,x3,x4,x5)
-
```

```
-            enddo
-
-            do i=1,np
-            sum2=sum2+4*g1(x1(2*i-1),x2,x3,x4,x5)
-            enddo
-
-            g2=h/3d0*(g1(a,x2,x3,x4,x5)+sum1+sum2+g1(b,x2,x3,x4,x5))
-
-            END
-
-            Function g3(x3,x4,x5)
-            IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-            DOUBLE PRECISION x2(1000000)
-             N=10
-             sum1=0d0
-             sum2=0d0
-             nimp= n/2-1
-             np = n/2
-             a=0d0
-             b=1d0
-            h=(b-a)/N
-
-
-            do i=1,N
-            x2(i)=a+i*h
-            enddo
-
-
-            do i=1,nimp
-            sum1=sum1+2*g2(x2(2*i),x3,x4,x5)
-
-            enddo
-
-            do i=1,np
-            sum2=sum2+4*g2(x2(2*i-1),x3,x4,x5)
-            enddo
-
-            g3=h/3d0*(g2(a,x3,x4,x5)+sum1+sum2+g2(b,x3,x4,x5))
-
-            END
-
-            Function g4(x4,x5)
-            IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-            DOUBLE PRECISION x3(1000000)
-             N=10
-             sum1=0d0
-             sum2=0d0
-             nimp= n/2-1
-             np = n/2
-             a=0d0
-             b=1d0
-            h=(b-a)/N
-
-
-            do i=1,N
```

```
-           x3(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g3(x3(2*i),x4,x5)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g3(x3(2*i-1),x4,x5)
-           enddo
-
-           g4=h/3d0*(g3(a,x4,x5)+sum1+sum2+g3(b,x4,x5))
-
-           END
-
-           Function g5(x5)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x4(1000000)
-            N=10
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x4(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g4(x4(2*i),x5)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g4(x4(2*i-1),x5)
-           enddo
-
-           g5=h/3d0*(g4(a,x5)+sum1+sum2+g4(b,x5))
-
-           END
-
-
```

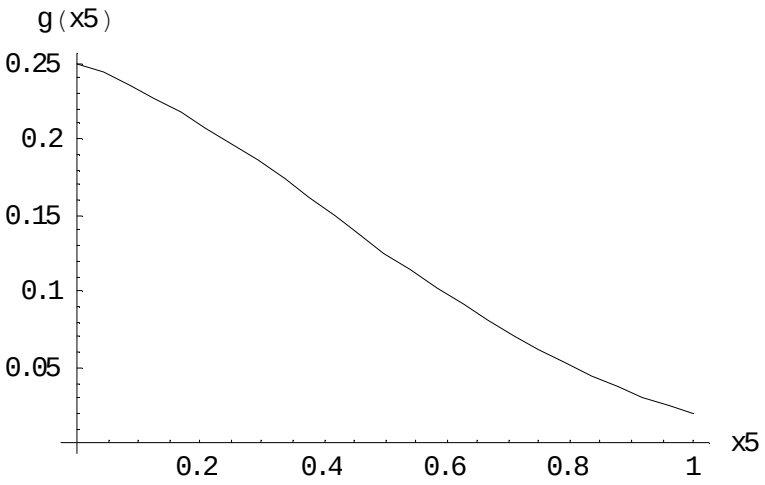
- Mathematica :

Para hacer el cálculo de la integral :

NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[Cos[x1*x2+x2*x3+x3*x4+x4*x5+x5*x1]*Exp[-x1^2-x2^2-x3^2-x4^2x5^2],{x1,0,1}],{x2,0,1}],{x3,0,1}],{x4,0,1}],{x5,0,1}]

Si queremos ver la función g(x5) , el área bajo la curva g5(x5) es el resultado de la integral :

Plot[NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[Cos[x1*x2+x2*x3+x3*x4+x4*x5+x5*x1]*Exp[-x1^2-x2^2-x3^2-x4^2-x5^2],{x1,0,1}],{x2,0,1}],{x3,0,1}],{x4,0,1}],{x5,0,1},AxesLabel→{"x5","g(x5)"}]



Por último hacemos el caso n=10 :

- n = 10

La integral a calcular es la siguiente :

$$\int_0^1\int_0^1 \ldots \int_0^1\int_0^1\int_0^1 \exp[-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \ldots - x_{10}^2]\cdot\cos(x_1\cdot x_2 + x_2\cdot x_3 + x_3\cdot x_4 \ldots + x_9\cdot x_{10} + x_{10}\cdot x_1)dx_1dx_2dx_3\ldots dx_8dx_9dx_{10}$$

- Monte -Carlo de aciertos y fallos :

```
-           Program MONTECARLO_HIT_AND_MISS_10var
-               Implicit Double precision (A-H,o-z)
-               DOUBLE PRECISION g ,a,b,c,p,r,s ,u,v,pi
-               integer n , na
-
-           a=0d0
-           b=1d0
```

```
-           c=1d0
-           na=0
-           n=10
-           pi=acos(-1d0)
-                open(60,File="ejerc10aciertfallos10var.xls")
-                  call cpu_time(start)
-
-                   do j=n,10000000000
-
-               do 1 i=1,n
-               u1=rand()
-                    v=rand()
-                    u2=rand()
-               u3=rand()
-               u4=rand()
-               u5=rand()
-               u6=rand()
-               u7=rand()
-               u8=rand()
-               u9=rand()
-               u10=rand()
-
-         if (g(a+(b-a)*u1,a+(b-a)*u2,a+(b-a)*u3,a+(b-a)*u4,a+(b-
    a)*u5,
-        &  a+(b-a)*u6,a+(b-a)*u7,a+(b-a)*u8,a+(b-a)*u9,a+(b-
    a)*u10).gt.c*v)
-        &  na=na+1
-
-   1              continue
-               p= real (na)/n
-               r=(b-a)*c*p
-               s=sqrt(p*(1.-p)/n)*c*(b-a)
-                    write(60,20)n,r,s
-                    if (n.gt.1d7) go to 30
-                    n=n*10
-                    na=0
-                    enddo
-   30               call cpu_time(finish)
-                    write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-                    close(60)
-   20               Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
-                    end
-
-               Function g(x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-                    Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-                    g=exp(-x1**2-x2**2-x3**2-x4**2-x5**2-x6**2-
    x7**2-x8**2-
-        &           x9**2-
    x10**2)*cos(x1*x2+x2*x3+x3*x4+x4*x5+x5*x6+x6*x7+x7
-        &           *x8+x8*x9+x9*x10+x10*x1)
-                    end
```

Salida :

N	r	s
10	0.00000000000000	0.00000000000000E+00
100	0.00000000000000	0.00000000000000E+00
1000	0.00500000000000	0.22304708023195E-02
10000	0.00960000000000	0.97508153505233E-03
100000	0.00966000000000	0.30930057225941E-03
1000000	0.00988000000000	0.98905943198576E-04
10000000	0.00978940000000	0.31134494772904E-04
100000000	0.00981603000000	0.98588414912905E-05

Temps = 42.8222745 s

- Monte -Carlo de muestreo uniforme:

```
-            Program MONTECARLO_MUESTREO_UNIFORME_10var
-                Implicit Double precision (A-H,o-z)
-                DOUBLE PRECISION g,g0,a,b,r1,s1,r,s,pi,u,z
-                real finish ,start
-                integer n
-
-            a=0d0
-            b=1d0
-            n=10
-            pi=acos(-1d0)
-                 open(60,File="ejerc10mostrunif10var.xls")
-
-                     call cpu_time(start)
-
-                    do j=n,10000000000
-
-                    r1=0.
-                    s1=0.
-                    do 1 i=1,n
-                    u1=rand()
-                    u2=rand()
-                u3=rand()
-                u4=rand()
-                u5=rand()
-                u6=rand()
-                u7=rand()
-                u8=rand()
-                u9=rand()
-                u10=rand()
-
-           g0=g(a+(b-a)*u1,a+(b-a)*u2,a+(b-a)*u3,a+(b-a)*u4,a+(b-
    a)*u5,
-          &  a+(b-a)*u6,a+(b-a)*u7,a+(b-a)*u8,a+(b-a)*u9,a+(b-a)*u10)
-
-                    r1=r1+g0
-                    s1=s1+g0*g0
-   1                continue
```

```
-                 r1=r1/n
-                 s1=sqrt((s1/n-r1*r1)/n)
-                 r=(b-a)*r1
-                 s=(b-a)*s1
-                 write(60,20)n,r,s
-
-                 if (n.gt.1d6) go to 30
-                 n=n*10
-                 enddo
-
-  30               call cpu_time(finish)
-                 write(60,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-                 close(60)
-  20             Format(I20,4X,F20.14,4X,E20.14)
-
-                 end
-
-             Function g(x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-                 Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-                 g=exp(-x1**2-x2**2-x3**2-x4**2-x5**2-x6**2-
   x7**2-x8**2-
-      &          x9**2-
   x10**2)*cos(x1*x2+x2*x3+x3*x4+x4*x5+x5*x6+x6*x7+x7
-      &          *x8+x8*x9+x9*x10+x10*x1)
-                 end
```

- Simpson simple :

```
-          Program SIMPSON_10VAR
-          IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-          call cpu_time(start)
-          a=0d0
-          b=1d0
-          c=(a+b)/2d0
-          r=(b-a)/6d0*(g10(a)+4d0*g10(c)+g10(b))
-
-
-          open(20,File="ejerc10simp10var.xls")
-
-          write(20,*)r
-          call cpu_time(finish)
-          write(20,*)"Temps = ",finish-start ,"s"
-          close(20)
-          END
-
-
-          FUNCTION  g1(x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-          Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-
-
-          g1=exp(-x1**2-x2**2-x3**2-x4**2-x5**2-x6**2-x7**2-x8**2-
-        &x9**2-x10**2)*cos(x1*x2+x2*x3+x3*x4+x4*x5+x5*x6+x6*x7+x7
-        &*x8+x8*x9+x9*x10+x10*x1)
-          END
-
```

```
-           Function g2(x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g2=(b-a)/6d0*(g1(a,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+4d0*
-       &    g1(c,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+
-       &   g1(b,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10))
-           END
-
-
-           Function g3(x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g3=(b-a)/6d0*(g2(a,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+
-       &    4d0*g2(c,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+
-       &    g2(b,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10))
-           END
-
-           Function g4(x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g4=(b-a)/6d0*(g3(a,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+
-       &
    4d0*g3(c,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+g3(b,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10))
-           END
-
-           Function g5(x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g5=(b-a)/6d0*(g4(a,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+
-       &    4d0*g4(c,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+g4(b,x5,x6,x7,x8,x9,x10))
-           END
-
-           Function g6(x6,x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g6=(b-a)/6d0*(g5(a,x6,x7,x8,x9,x10)+
-       &    4d0*g5(c,x6,x7,x8,x9,x10)+g5(b,x6,x7,x8,x9,x10))
-           END
-
-           Function g7(x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
```

```
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g7=(b-a)/6d0*(g6(a,x7,x8,x9,x10)+
-       &    4d0*g6(c,x7,x8,x9,x10)+g6(b,x7,x8,x9,x10))
-           END
-
-           Function g8(x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g8=(b-a)/6d0*(g7(a,x8,x9,x10)+
-       &    4d0*g7(c,x8,x9,x10)+g7(b,x8,x9,x10))
-           END
-
-
-           Function g9(x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g9=(b-a)/6d0*(g8(a,x9,x10)+
-       &    4d0*g8(c,x9,x10)+g8(b,x9,x10))
-           END
-
-           Function g10(x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           c=(a+b)/2d0
-           g10=(b-a)/6d0*(g9(a,x10)+
-       &    4d0*g9(c,x10)+g9(b,x10))
-           END
```

- Simpson compuesto :

```
-            Program SIMPSON_COMP_10VAR
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION X10(1000000)
-
-           a=0d0
-           b=1d0
-           N=4
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x10(i)=a+i*h
-           enddo
-
```

```
-           sum1=0d0
-           sum2=0d0
-           nimp= n/2-1
-           np = n/2
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g10(x10(2*i))
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g10(x10(2*i-1))
-           enddo
-
-           r=h/3d0*(g10(a)+sum1+sum2+g10(b))
-
-           open(20,File="ejerc10simp_comp_10var.xls")
-
-
-
-           write(20,*)r
-           call cpu_time(finish)
-           write(20,30)finish-start
-   30      Format(e18.8)
-           close(20)
-           end
-
-
-           FUNCTION  g1(x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
-
-           g1=exp(-(x1*x1)-(x2*x2)-(x3*x3)-(x4*x4)-(x5*x5)-(x6*x6)-
    (x7*x7)-
-          &(x8*x8)-(x9*x9)-(x10*x10))*
-
    &cos(x1*x2+x2*x3+x3*x4+x4*x5+x5*x6+x6*x7+x7*x8+x8*x9+x9*x10+x10*
    x1)
-
-           END
-
-
-           Function g2(x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x1(1000000)
-            N=4
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x1(i)=a+i*h
```

```
-            enddo
-
-
-            do i=1,nimp
-            sum1=sum1+2*g1(x1(2*i),x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-
-            enddo
-
-            do i=1,np
-            sum2=sum2+4*g1(x1(2*i-1),x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-            enddo
-
-            g2=h/3d0*(g1(a,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+sum1+sum2+
-          &   g1(b,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10))
-
-            END
-
-            Function g3(x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-            IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-            DOUBLE PRECISION x2(1000000)
-             N=4
-             sum1=0d0
-             sum2=0d0
-             nimp= n/2-1
-             np = n/2
-             a=0d0
-             b=1d0
-            h=(b-a)/N
-
-
-            do i=1,N
-            x2(i)=a+i*h
-            enddo
-
-
-            do i=1,nimp
-            sum1=sum1+2*g2(x2(2*i),x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-
-            enddo
-
-            do i=1,np
-            sum2=sum2+4*g2(x2(2*i-1),x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-            enddo
-
-            g3=h/3d0*(g2(a,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+sum1+sum2+
-          &   g2(b,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10))
-
-            END
-
-            Function g4(x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-            IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-            DOUBLE PRECISION x3(1000000)
-             N=4
-             sum1=0d0
-             sum2=0d0
```

```
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x3(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g3(x3(2*i),x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g3(x3(2*i-1),x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           enddo
-
-           g4=h/3d0*(g3(a,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10)+sum1+sum2+
-       &    g3(b,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10))
-
-           END
-
-           Function g5(x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x4(1000000)
-            N=4
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x4(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g4(x4(2*i),x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g4(x4(2*i-1),x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-           enddo
-
-           g5=h/3d0*(g4(a,x5,x6,x7,x8,x9,x10)
-       &    +sum1+sum2+g4(b,x5,x6,x7,x8,x9,x10))
```

```
-
-           END
-
-           Function g6(x6,x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x5(1000000)
-            N=4
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x5(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g5(x5(2*i),x6,x7,x8,x9,x10)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g5(x5(2*i-1),x6,x7,x8,x9,x10)
-           enddo
-
-           g6=h/3d0*(g5(a,x6,x7,x8,x9,x10)
-       &    +sum1+sum2+g5(b,x6,x7,x8,x9,x10))
-
-           END
-
-           Function g7(x7,x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x6(1000000)
-            N=4
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x6(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g6(x6(2*i),x7,x8,x9,x10)
```

```
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g6(x6(2*i-1),x7,x8,x9,x10)
-           enddo
-
-           g7=h/3d0*(g6(a,x7,x8,x9,x10)
-       &    +sum1+sum2+g6(b,x7,x8,x9,x10))
-
-           END
-
-           Function g8(x8,x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x7(1000000)
-            N=4
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x7(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g7(x7(2*i),x8,x9,x10)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g7(x7(2*i-1),x8,x9,x10)
-           enddo
-
-           g8=h/3d0*(g7(a,x8,x9,x10)
-       &    +sum1+sum2+g7(b,x8,x9,x10))
-
-           END
-
-           Function g9(x9,x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x8(1000000)
-            N=4
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
```

```
-
-
-           do i=1,N
-           x8(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g8(x8(2*i),x9,x10)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g8(x8(2*i-1),x9,x10)
-           enddo
-
-           g9=h/3d0*(g8(a,x9,x10)
-       &    +sum1+sum2+g8(b,x9,x10))
-
-           END
-
-             Function g10(x10)
-           IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
-           DOUBLE PRECISION x9(1000000)
-            N=4
-            sum1=0d0
-            sum2=0d0
-            nimp= n/2-1
-            np = n/2
-            a=0d0
-            b=1d0
-           h=(b-a)/N
-
-
-           do i=1,N
-           x9(i)=a+i*h
-           enddo
-
-
-           do i=1,nimp
-           sum1=sum1+2*g9(x9(2*i),x10)
-
-           enddo
-
-           do i=1,np
-           sum2=sum2+4*g9(x9(2*i-1),x10)
-           enddo
-
-           g10=h/3d0*(g9(a,x10)
-       &    +sum1+sum2+g9(b,x10))
-
-           END
-
-
-
```

-
-

- Mathematica :

El programa al introducir la siguiente instrucción se queda pensando cierto tiempo , seguramente el tiempo necesario es demasiado alto :

```
NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[NIntegrate[NInte
grate[NIntegrate[NIntegrate[Cos[x1*x2+x2*x3+x3*x4+x4*x5+x5*x6+x6*x7+x7*x8+x8*
x9+x9*x10+x10*x1]*Exp[-x1^2-x2^2-x3^2-x4^2-x5^2-x6^2-x7^2-x8^2-x9^2-
x10^2],{x1,0,1}],{x2,0,1}],{x3,0,1}],{x4,0,1}],{x5,0,1}],{x6,0,1}],{x7,0,1}],{x8,0,1}],{x9,0,1}
],{x10,0,1}]
```

…

…

Finalmente tenemos el resumen de los resultados obtenidos :

	1VAR (N=108)**	**2VAR (N=10**8)**
SIMPSON COMPUESTA	0.69871273 (N=1000 , t= 0.00..s)	0.4922686 (N=10000, t = 20.2s)
SIMPSON SIMPLE	0.702854	0.490687
ACIERTOS Y FALLOS	0.69875±0.00004 (t=24.2s)	0.49289±0.00005 (t=27.8s)
MUESTREO UNIFORME	0.69875±0.00002 (t=24.7s)	0.49229±0.00003 (t=27.2s)
Mathematica 5.2	0.698713	0.492269

	3VAR (N=108)**	**5VAR (N=10**7)**
SIMPSON COMPUESTA	0.331235 (t=0.2s , N=100)	0.129629 (t=0.14s , N=10)
SIMPSON SIMPLE	0.327930 (t=0.01s)	0.12466
ACIERTOS Y FALLOS	0.33437±0.00005 (t=29.8s)	0.1392 ± 0.0001 (t=3.32s)
MUESTREO UNIFORME	0.33123±0.00002 (t=28.7s)	0.1297±0.00006 (t=3.186s)
Mathematica 5.2	0.331236	0.129633

	10VAR (N=107)**
SIMPSON COMPUESTA	-0.0069836 (t=16.5s , N=4)
SIMPSON SIMPLE	-0.0097485 (t=0.01s)
ACIERTOS Y FALLOS	0.0098±0.0001 (t=4.2s)
MUESTREO UNIFORME	-0.00688±0.00001 (t=4.4s)
Mathematica 5.2	…

Nota : Los N=10**7 y N=10**8 presentes encima de las tablas al lado del Nº de variables , indican el número de iteraciones hechas para los métodos Monte-Carlo.

Conclusiones :

Como podemos ver es mejor el método de Simpson compuesto es mejor que los otros pero eligiendo un numero de subdivisiones ideal . A más variables podemos concluir que los métodos Monte-Carlo son mejores, ya que llega un momento en que las subdivisiones se hacen muy pequeñas con el fin de garantizar un tiempo de cálculo no muy grande y con ello se va perdiendo precisión en el cálculo. Además , la extrapolación a “N” variables resulta mucho más simple que el algoritmo de Simpson .