

## Equacions Diferencials I, curs 2010-11

### Full 4

1. Trobeu pel mètode dels coeficients indeterminats i pel mètode de variació dels paràmetres la solució de les següents equacions diferencials:
  - 1)  $y''' + y'' + y' + y = e^{-x} + 4x$
  - 2)  $y^{iv} - 4y'' = x^2 + e^x$
  - 3)  $y^{iv} - 2y'' + y = e^x + \sin x$
2. Resolgueu les següents equacions:
  - 1)  $y''' + 4y' = x$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 1$
  - 2)  $y^{iv} + 2y'' + y = 3x + 4$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = y'''(0) = 1$
3. Una massa de 10kg es subjecta d'una molla enganxada al sòtil. Això fa que la molla s'estiri 2m fins arribar a la posició d'equilibri. En l'instant  $t = 0$  s'aplica una força externa  $f(t) = 20 \cos(4t)$ . La constant d'amortiguació del sistema es  $3 \text{ N s/m}$ . Determinau la solució estacionària del sistema.
4. Un circuit RLC en sèrie té una fem donada per  $E(t) = \sin(100t)$  Volts. Una resistència de  $0.02\Omega$ , un condensador de  $2 \text{ F}$  i una inductància de  $0,001 \text{ H}$ . Si la corrent inicial i la carga inicial del condensador són zero, determinar la corrent del circuit per a  $t > 0$ .
5. Trobar la solució a l'equació de Cauchy-Euler:  
 $x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 \sin(x)$  on  $x > 0$ .  
Comprovau que  $\{x^{-1}, x, x^2\}$  és un conjunt fonamental de solucions de l'equació homogènia corresponent i emprau aquest fet en la resolució del problema emprant el mètode de variació dels paràmetres per trobar la solució particular a la no homogènia.
6. Es llança una massa  $m$  verticalment cap amunt amb una velocitat inicial  $v_o$ . Trobau l'altura màxima a la que arriba l'objecte si la resistència amb l'aire es proporcional a la velocitat.
7. Trobeu pel mètode dels coeficients indeterminats i pel mètode de variació dels paràmetres la solució de les següents equacions diferencials:
  - 1)  $y^{vi} + y''' = x$
  - 2)  $y''' - 3y'' + 2y' = x + e^x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1/4$ ,  $y''(0) = -3/2$
  - 3)  $y''' - 2y'' + y' = x^3 + 2e^x$
  - 4)  $y''' - y'' - y' + y = 2e^{-x} + 3$
  - 5)  $y^{iv} - y''' - y'' + y' = x^2 + 4 + x \sin x$
  - 6)  $y^{iv} + 2y''' + 2y'' = 3e^x + 2xe^x + e^{-x} \sin x$
  - 7)  $x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = 2x^4$
  - 8)  $y''' + y' = tg(x)$
8. Sobre una superfície horitzontal plana es subjecta una massa de 2kg a una paret mitjançant una molla de constant  $4 \text{ N/m}$ . Una segona massa de  $1 \text{ kg}$  es connecta al primer objecte mitjançant una molla de constant  $2 \text{ N/m}$ . Els dos objectes estan alineats horitzontalment de forma que les molles es troben en les seves longituds

naturals d'equilibri. Si ara allunyam els dos objectes de la paret desplaçant-los 3  $m$  respecte de la seva actual posició i després els amollam:

a) Provar que les equacions del moviment del sistema anterior es poden reduir a una única equació diferencial:  $x^{iv} + 5x'' + 4x = 0$  on  $x(t)$  denota la posició del primer objecte a l'instant  $t$ .

b) Trobeu l'expressió per  $x(t)$  i per la posició  $y(t)$  del segon objecte per a tot instant  $t > 0$ .