Equacions Diferencials I, curs 2010-11
Full 2

1. Trobeu la família de solucions de les següents equacions diferencials:
   1. $(4x^3y^3 - 2xy)dx + (3x^4y^2 - x^2)dy = 0$.
   2. $(2x^3y^2 + 4x^2y + 2xy^2 + xy^4 + 2y)dx + 2(y^3 + x^2y + x)dy = 0$.
   3. $y^2dx + (x^2 - xy - y^2)dy = 0$.

2. Les solucions del problema número 2 del full 1: contradiuen el teorema d'existència i unicitat donat que x_0 pot ser qualsevol nombre positiu?

3. Resoldre el problema de valors inicials
   $xy' - y = (x^2 - y^2)^{1/2}$, amb $y(1) = 0$.
   És única la solució? Es contradiu el teorema d'existència i unicitat de la solució?

4. Trobeu la família de solucions de les següents equacions diferencials:
   1. $(x^2 + y^2 + x)dx + xydy = 0$.
   2. $(\cos y + y\cos x)dx + (\sin x - x\sin y)dy = 0$.
   3. $y' = -\frac{ax+by}{bx+cy}$.

5. Trobeu la família de solucions de les següents equacions diferencials:
   1. $y' + 3y = e^{3x}y^2$.
   2. $e^{-x}y' = 1 - e^{2x} + 2e^xy - y^2$, sabent que $y_1 = e^x$ és una solució.

6. Trobeu la família de solucions de les següents equacions diferencials:
   1. $(x^4 + y^4)dx - xy^3dy = 0$.
   2. $(2x^3 + 3y)dx + (3x + y - 1)dy = 0$.
   3. $xy' + y - y^2e^{2x} = 0$.

7. Trobeu la família de solucions de la següent equació diferencial:
   $y\ln(y)dx + (x - \ln(y))dy = 0$.

8. Trobeu les condicions perquè $Mdx + Ndy$ admeti un factor integrant del tipus $\mu(x, y) = \mu(xy)$.

9. Demostreu que si $Mdx + Ndy = 0$ és una equació homogènia, un factor integrant vé donat per:
$$\mu(x, y) = \frac{1}{xM + yN}.$$

10. Demostreu que si coneixem dues solucions particulars $y_1(x), y_2(x)$ de l'equació de Ricatti, és possible trobar la solució completa fent servir el canvi:
$$y = \frac{y_1 - zy_2}{1 - z}.$$