

Equacions Diferencials I, curs 2010-11
Full 1

1. Resoldre i dir en quin interval és vàlida la solució de:

$$(a) \begin{cases} tx' + x &= t + 1 \\ x(1) &= 0. \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} tx' + x &= t + 1 \\ x(-1) &= 2. \end{cases}$$

Fer gràfiques de les dues solucions i veure la diferència que hi ha entre les dues.

2. Comproveu que solucions de

$$\begin{cases} y' &= y^{1/3}, \\ y(x_0) &= 0. \end{cases}$$

vénen donades per

$$y(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < x_0 \\ \pm \left[\frac{2}{3}(x - x_0)\right]^{3/2} & x \geq x_0 \end{cases}$$

3. Resoldre l'equació diferencial

$$\begin{cases} y' &= y^2, \\ y(0) &= y_0. \end{cases}$$

i estudieu les singularitats de la solució.

4. Resoldre i dir en quin interval és vàlida la solució de

$$\begin{cases} x' \cos t + x \sin t &= 1, \\ x(0) &= 1. \end{cases}$$

és única la solució?

5. Resoldre i dir en quin interval és vàlida la solució de:

$$\begin{cases} x' + x^2 \sin t &= 3t^2 x^2, \\ x(0) &= x_0. \end{cases}$$

6. Trobeu la família de solucions de les següents equacions diferencials:

1. $xy' - y + 3x^2y - x^2 = 0$.

2. $(2y + 1)dx + \frac{x^2 - y}{x}dy = 0$, provau el canvi $z = x^2$.

3. $y' + y = \frac{1}{1 + e^x}$.

4. $y' + 2xy + xy^4 = 0$, provau el canvi $y = z^{-1/3}$.

5. $y' + y = y^2(\cos x - \sin x)$, provau el canvi $y = z^{-1}$.

6. $y' + 1 = 4e^{-y} \sin x$, provau el canvi $y = \ln(z)$.

7. $y' - 2y \cot(2x) = 1 - 2x \cot(2x) - 2 \csc(2x)$.

8. $4xdy - ydx = x^2dy$.

9. $x^2(y + 1)dx + y^2(x - 1)dy = 0$.

10. $y' = \frac{x}{x^2y + y^3}$, provau el canvi $z = x^2$.