Juan M.R. Parrondo

¿Amigos para siempre?

Desde que John von Neumann y Oskar Morgensten crearan la teoría de juegos en los años cuarenta, se intenta utilizar las matemáticas para estudiar un asunto tan sinuoso e impreciso como las relaciones humanas. Se crean modelos que simplifican los conflictos reales, pero aún retienen sus aspectos esenciales. Uno de los ejemplos clásicos es el *dilema del prisionero*, que probablemente sea conocido por muchos lectores de *Investigación y Ciencia*.

Recordemos la formulación original del dilema. La policía arresta a dos sospechosos de un robo. No hay pruebas suficientes para condenarlos por ese delito, sino sólo por uno menor, como la posesión ilegal de armas. Ante esta situación, el juez ofrece a cada uno de los dos sospechosos, y por separado, el siguiente trato: "Si tú confiesas y tu cómplice no lo hace, él será condenado a 10 años de cárcel por el robo mientras que a ti te perdonaremos y saldrás libre mañana. Si él confiesa y tú callas, tú pasarás los 10 años en la cárcel y él quedará libre. Si ninguno de los dos confiesa, os encerraremos por posesión de armas 1 año. Finalmente, si ambos confesáis, seréis condenados a 6 años de cárcel". Cada uno de los prisioneros se enfrenta a un peliagudo dilema: "Si callo, puede que me caigan 1 o 10 años, mientras que si confieso puedo salir libre o pasar 6 años en la cárcel. Mi compañero estará pensando lo mismo y lo más probable es que me delate. Por lo tanto, voy a confesar." Razonando de esta forma, ambos prisioneros confiesan y obtienen una pena considerable: 6 años. Si confiaran en la lealtad del compañero, callarían ambos y saldrían bastante bien parados, con sólo 1 año de condena. Pero esta confianza debe ser muy sólida. Si yo supongo que mi compañero me va a ser fiel, ¿por qué no delatarle y salir libre? O peor aún: ¿no caerá él en esta misma tentación y me delatará? Si lo hace pasaré 10 años entre rejas. Luego, lo mejor es prevenir esta situación y confesar. Parece que delatar es la estrategia más segura y, sin embargo, no es la óptima para el conjunto de los dos sospechosos. Si pudieran negociar entre ellos y dar de forma simultánea su respuesta ante el juez, lo más probable es que acordaran callar.

El dilema del prisionero es un ejemplo muy simplificado de una situación común entre personas y organizaciones. Por ejemplo, si falseo mi declaración de la renta para pagar menos impuestos y el resto de los ciudadanos es honrado, está claro que obtengo un cierto beneficio económico, siempre que no me descubran. Pero si todos los contribuyentes defraudasen, los ingresos del estado se reducirían de modo que todos saldríamos perjudicados. Este caso es más complejo que el dilema del prisionero, porque involucra muchas personas en lugar de sólo dos, pero se observa el mismo fenómeno: el defraudador gana solamente si es el *único* insolidario.

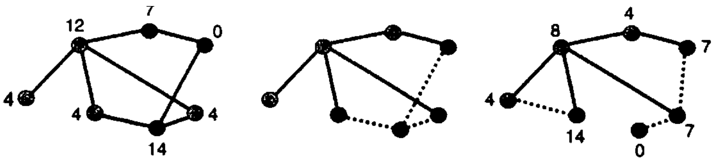
El dilema ha dado lugar a un gran número de trabajos de investigación e incluso se han celebrado torneos en donde compiten programas de ordenador. En el primero de estos torneos resultó ganadora una estrategia de la mayor simplicidad: hacer exactamente lo que ha hecho el contrario en el turno anterior. A pesar de que venciera esta estrategia tan ecuánime, un análisis matemático del dilema del prisionero jugado un gran número de turnos muestra que los jugadores "racionales", es decir, jugadores que tratan de minimizar sus pérdidas, tenderían a defraudar constantemente. En los años noventa, Martin A. Nowak y Robert M. May colocaron a un gran número de estos jugadores racionales en las casillas de un tablero, de modo que cada uno de ellos jugara con sus cuatro vecinos y cambiara de estrategia imitando al vecino más exitoso. Descubrieron que en este caso sí pueden existir de forma estable regiones en donde todos los jugadores cooperan. En 1995, Nowak, May y Sigmund publicaron en nuestra revista un análisis detallado de este modelo.

Más recientemente, los físicos del Instituto Mediterráneo de Estudios Avanzados (IMEDEA) Víctor M. Eguiluz, Martín G. Zimmermann y Maxi San Miguel, junto con el filósofo de la Universidad de las Islas Baleares Camilo J. Cela-Conde, han utilizado el dilema del prisionero para crear un modelo simple de organización social en el que la cooperación es también estable. Para analizarlo, es más conveniente formular el dilema como un juego en el que cada uno de los dos jugadores gana puntos en lugar de años de cárcel. En la tabla siguiente se muestra la puntuación del jugador 1 en cada una de las cuatro posibles situaciones (la puntuación del jugador 2 es la misma sin más que cambiar filas por columnas):

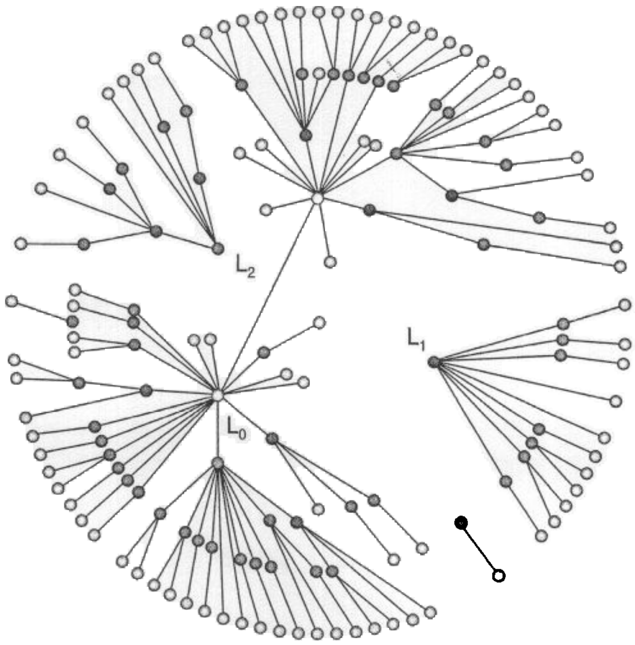
		ESTRATEGIA DEL JUGADOR 2	
		COOPERAR	DEFRAUDAR
ESTRATEGIA DEL JUGADOR 1	COOPERAR	4	0
	DEFRAUDAR	7	0

En el modelo del grupo del IMEDEA, un gran número de individuos juegan por parejas que se deciden inicialmente al azar. Cada jugador tiene una estrategia: o bien coopera o bien defrauda, que también se elige inicialmente al azar. Como en el sistema de Nowak y May, los jugadores "ven" lo que ha ganado cada uno de sus vecinos y copian la estrategia del que tiene mayor puntuación (los empates se deshacen eligiendo la estrategia al azar). En la figura 1, se puede ver cómo cambian las estrategias en el primer turno (*dibujo del centro*). El lector puede comprobar que, si sólo se aplicaran estas reglas de imitación, la red de la figura 1 acabaría alternando entre dos configuraciones de estrategias en las que conviven jugadores que cooperan y jugadores que defraudan.

Pero el modelo es más interesante si permitimos también a cada jugador escoger "sus amigos", es decir, a aquellos individuos con los que juega. Está claro que



1. **Una posible configuración de 6 jugadores que cooperan (*círculos verdes*) o defraudan (*círculos rojos*). En el dibujo de la izquierda se muestra la configuración inicial y las puntuaciones obtenidas en el primer turno. El dibujo central muestra las nuevas estrategias y se han punteado los enlaces "no deseados". En el dibujo de la derecha observamos que dos de estos enlaces han cambiado mientras que uno permanece.**



2. **Estructura social estacionaria de "cooperantes".**

dos jugadores que cooperan estarán satisfechos de estar emparejados. Por otro lado, cualquier jugador querrá "romper relaciones" con otro que defrauda. El modelo admite esta posibilidad de la siguiente forma. Si el más exitoso de los vecinos de un jugador A es un defraudador B, entonces el jugador A rompe su relación con B con una probabilidad p y establece una nueva relación con otro individuo de la sociedad elegido al azar. Observemos que A será siempre un defraudador, porque si no lo era antes de ese turno, en el proceso de copia de estrategias exitosas habrá imitado el comportamiento defraudador de B. Con esta regla la red de conexiones cambia en cada turno, como lo hace en la vida real nuestra red de amistades o colaboraciones, una propiedad de las redes sociales que se denomina *plasticidad social* y que en el modelo puede regularse variando la probabilidad p de ruptura de relaciones.

La plasticidad social diseñada por el grupo del IMEDEA hace que los defraudadores se queden más y más solos, pero a la vez los defraudadores que aparecen por imitación pueden dar con nuevas "víctimas" y aumentar sus ganancias. En la figura 1 podemos ver que el jugador que en el primer turno tenía 14 puntos ha sido imitado por dos cooperadores que han roto sus relaciones con él, bajando hasta 0 su puntuación en el segundo turno. Pero también un jugador que inicialmente cooperaba se ha vuelto defraudador aumentando su puntuación de 4 hasta 14 puntos.

El modelo tiene un comportamiento bastante complicado, pero se pueden deducir algunas de sus propiedades. Por ejemplo, una situación en donde todos cooperan o defraudan es estable porque no hay nadie diferente a quien imitar. No obstante, en el caso en que todos defraudan, las estrategias no cambian, pero sí lo hará constantemente la red, puesto que se estarán rompiendo y creando relaciones sin cesar.

¿Existen configuraciones estables en donde convivan jugadores que cooperan y defraudan? Sí, pero para ello son necesarias ciertas condiciones. La primera es que no puede haber enlaces entre defraudadores, porque acabarían rompiéndose en algún momento. La segunda es que, si un jugador C que coopera está jugando con un defraudador D, entonces la puntuación de C debe ser menor que la de D (si no fuera así D imitaría a C) y, además, C debe tener como vecino a otro jugador L que coopera y que tiene mayor puntuación que D (si no fuera así, C imitaría a D). Es decir, los defraudadores son estables si "explotan" a jugadores que cooperan y tienen una puntuación baja pero que tienen como vecinos a "cooperantes exitosos".

Las configuraciones estacionarias están entonces formadas por 3 tipos de jugadores: los *líderes*, que son jugadores que cooperan, tienen un gran número de conexiones con otros cooperantes y por ello alcanzan la máxima puntuación entre todos sus vecinos; los *conformistas*, que cooperan, tienen una puntuación menor que alguno de sus vecinos cooperantes, pero no cambian de estrategia; y los *explotadores*, que son defraudadores que juegan con uno o más conformistas que no rompen relaciones con ellos porque tienen también como vecino a un cooperante más exitoso que el propio explotador. En la figura 2 se puede ver la red social que se alcanza cuando se simula en el ordenador el modelo con 10.000 jugadores y una plasticidad $p = 0,1$. En la figura sólo se muestran los cooperantes más exitosos. Vemos que aparecen tres líderes, L_0, L_1 y L_2, siendo el primero de ellos el que obtiene mayor puntuación. Según nos alejamos del centro del círculo, los cooperantes tienen menos conexiones y su puntuación es más baja. Como ya hemos dicho, los explotadores, que no se muestran en la figura 2, "cuelgan" de algunos cooperantes que no son líderes y tienen puntuaciones intermedias.

El trabajo del grupo del IMEDEA profundiza mucho más en este modelo. Por ejemplo, muestra cómo la fracción de explotadores aumenta cuando se reduce la plasticidad social. El mismo grupo de investigación ha estudiado la influencia de la plasticidad social en otro modelo que intenta reproducir la difusión de rasgos culturales entre la población, el llamado *modelo de Axelrod*; se demuestra con ello que la plasticidad puede estabilizar un cierto grado de diversidad cultural. Los lectores interesados en este y otros problemas de *matemática social* pueden visitar la página web del grupo: http://www.imedea.uib.es/physdept/eng/lines/social.html